

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное агентство по образованию  
ГОУ ВПО  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
(РГГМУ)

На правах рукописи  
УДК 629.783:[551.510.534:001.891.57]

**ШААРИЙБУУ ГЭРЭЛМАА**

**АССИМИЛЯЦИЯ СПУТНИКОВЫХ ДАННЫХ ПРИ ЧИСЛЕННОМ  
МОДЕЛИРОВАНИИ ОЗОнового СЛОЯ**

25.00.30 – метеорология, климатология, агрометеорология

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2010

Работа выполнена в Российском государственном гидрометеорологическом университете

Научный руководитель:

Доктор физико-математических наук, профессор

**Сергей Павлович Смышляев**

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук

**Александр Дмитриевич Егоров**

Кандидат физико-математических наук

**Светлана Игоревна Кузьмина**

Ведущая организация:

**Институт экспериментальной метеорологии ГУ НПО “Тайфун”**

Защита состоится «25» ноября 2010 г. в 15 час. 30 мин на заседании Диссертационного совета Д.212.197.01 при Российском государственном гидрометеорологическом университете по адресу: 195196, Санкт-Петербург, Малоохтинский пр., 98

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Российского государственного гидрометеорологического университета.

Автореферат разослан «24» октября 2010 г.

Ученый секретарь Диссертационного совета  
Доктор географических наук, профессор



А.И. Угрюмов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Исследования атмосферных процессов, определяющих изменчивость погоды, климата, структуры и состава атмосферы, происходят, главным образом, по двум, как правило, независимым направлениям: теоретическое моделирование и анализ результатов наблюдений. Однако в последнее время пришло понимание того, что для принципиального улучшения представлений о причинах наблюдаемой изменчивости атмосферы и репрезентативного прогноза ее будущей эволюции необходимо объединять теоретические и экспериментальные исследования на основе их объективного сравнения. В этой связи в последние годы отмечается интенсивное развитие методов модельного усвоения (ассимиляции) результатов наблюдений, направленных на корректное задание начальных данных для каждого временного шага модели на основе комбинирования как результатов предшествующих модельных расчетов, так и результатов измерений.

Несмотря на многочисленные исследования в области задач усвоения данных гидродинамическими моделями и достигнутый в последнее время прогресс все еще остается нерешенным целый ряд как теоретических, так и практических вопросов. Более того, в последние годы стал заметен большой разрыв между хорошо разработанными теоретическими моделями усвоения и их практической реализацией. Даже хорошо разработанные с теоретической точки зрения схемы усвоения при их практической реализации зачастую не дают должного эффекта и по качеству уступают более простым алгоритмам, которые, однако, недостаточно математически оправданы. Все это требует дальнейших шагов в понимании, разработке и реализации методов и алгоритмов усвоения. К данному направлению принадлежит и предлагаемая работа.

Моделирование озонового слоя Земли является важнейшей составной частью современных методов изучения климатических изменений, происходящих в атмосфере. Одним из основных требований к успешному математическому моделированию вообще и состояния озонового слоя, в частности, является точное задание начальных условий для рассчитываемых полей метеорологических величин и последующее усвоение данных измерений для обеспечения более качественного моделирования – ассимиляция данных наблюдений. В настоящее

время накоплено и доступно в оперативном режиме большое количество данных наблюдений состояния озонового слоя. Их можно использовать для математического моделирования процессов в озоновом слое и для исследования его структуры и изменчивости. Но прежде чем проводить исследования с помощью гидродинамической модели, необходимо выработать методику использования имеющейся информации, полученной с помощью дистанционных и контактных измерений, для получения “наилучшей” в определённом смысле оценки состояния озонового слоя и атмосферы в целом.

Вышеперечисленные обстоятельства и обусловили **цель диссертационной работы** – разработать оптимальный алгоритм ассимиляции результатов спутниковых измерений климатической гидродинамической моделью атмосферы и исследовать его практическую применимость на примере усвоения полей общего содержания озона моделью газового состава атмосферы.

Для достижения поставленной цели в диссертации решаются следующие **задачи**:

1. Выбор оптимального метода для усвоения спутниковых данных климатической моделью атмосферы;
2. Разработка эффективного вычислительного алгоритма решения задачи ассимиляции гидродинамической моделью на основе оптимального фильтра Калмана.
3. Разработка алгоритмов и программной реализации в гидродинамической модели фильтрации Калмана.
4. Верификация алгоритмов ассимиляции данных спутниковых наблюдений за состоянием озонового слоя атмосферы.

### **Методы исследования**

Предлагаемые в работе алгоритмы ассимиляции данных основаны на принципах теории оптимального управления. Для вычисления параметров фильтрации Калмана использованы основы корреляционной теории.

### **Научная новизна работы**

1. Реализован оригинальный алгоритм решения задачи ассимиляции данных спутниковых наблюдений в гидродинамическую модель, основанный на методе оптимальной фильтрации Калмана;

2. Получены новые оценки полей общего содержания озона в атмосфере на основе объективного комбинирования результатов численного моделирования и спутниковых наблюдений;

3. Получены новые оценки экономичности алгоритмов модельной ассимиляции данных на основе результатов усвоения спутниковых измерений содержания озона.

#### **Реализация результатов работы**

Разработан программный комплекс, предназначенный для решения задачи ассимиляции результатов спутниковых наблюдений. Комплекс успешно опробован.

Разработанные алгоритмы включены в модель газового состава атмосферы кафедры метеорологических прогнозов РГГМУ.

Численные эксперименты подтвердили работоспособность и вычислительную эффективность разработанных алгоритмов.

#### **Теоретическая и практическая значимость**

1) Разработан метод оптимизации фильтра Калмана, направленный на эффективное решение многокомпонентных задач;

2) Разработан комплекс программ для решения задачи модельной ассимиляции метеорологических полей. Разработанный комплекс программ может быть использован для решения разных задач моделирования процессов в атмосфере.

#### **Основные положения и результаты, выносимые на защиту:**

1. Методика усвоения данных наблюдений гидродинамической моделью атмосферы при помощи оптимальной фильтрации Калмана.
2. Алгоритмы усвоения данных наблюдений об общем содержании озона, основанные на оптимизации фильтра Калмана.
3. Система усвоения данных об общем содержании озона в атмосфере, реализованная в виде комплекса прикладных программ, предназначенного для проведения численных экспериментов по оценке концентрации озона.

**Личный вклад автора** состоит в постановке решаемых в работе задач, получении приведенных в работе аналитических результатов, разработке алгоритмов и программ для тестирования этих результатов и их интерпретация.

**Апробация диссертационной работы:**

Основные результаты исследований, изложенные в диссертации, докладывались и обсуждались на научных межкафедральных семинарах метеорологического факультета Российского государственного гидрометеорологического университета.

**Публикации:**

Результаты диссертации опубликованы в двух печатных работах, материалы использованы в научно-исследовательских отчётах кафедры метеорологических прогнозов Российского государственного гидрометеорологического университета.

**Структура и объём работы:**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованных источников, включающих 163 наименования. Общий объём диссертационной работы составляет 124 страницы, включая 18 рисунков и 1 таблицу.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследования, приведены основные положения и результаты, выносимые на защиту, теоретическая новизна и практическая значимость работы, а также приводится краткое изложение работы.

В **первой главе** раскрывается роль атмосферного озона в формировании погоды и климата на Земле, описываются методы дистанционного зондирования,

позволяющие получить информацию об общем содержании озона в атмосфере и рассматривается гидродинамическая модель газового состава атмосферы.

В разделе 1.1 рассматривается влияние озона как на происходящие в атмосфере динамические процессы, так и на защиту биосферы от жёсткого ультрафиолетового излучения Солнца. Функция нагрева озона в существенной степени формирует ход температуры в стратосфере, оказывая тем самым заметное влияние на формирование атмосферной циркуляции, а поглощение озоном солнечной УФ-Б радиации (излучения в диапазоне длин волн 280-315 нм) определяет радиационный климат в этой части спектра. Известно, что резкие изменения радиационного климата в УФ-Б диапазоне могут вызвать неблагоприятные последствия для целого ряда биологических и экологических систем, а также привести к заметным погодным и климатическим изменениям. В связи с этим возможность антропогенного влияния на состояние озоносферы вызвала серьёзную озабоченность не только научной, но и широкой мировой общественности и привела к заключению первых в истории человечества глобальных природоохранных международных соглашений. Несмотря на то, что в последние годы общепризнано, что в оценке наблюдавшихся долговременных тенденций эволюции озонового слоя Земли была допущена существенная недооценка естественных причин и преувеличение роли причин антропогенных, озоновая проблема продолжает привлекать серьёзное внимание научной общественности. Это обусловлено следующими обстоятельствами:

- остались до конца не выясненными причины наблюдавшихся резких изменений в состоянии озонового слоя;
- для озоносферных исследований было разработано большое количество разнообразной аппаратуры, прежде всего, спутникового базирования, с помощью которой получены огромные массивы данных, значение которых далеко выходит за пределы озоновой проблемы;
- озоновая проблема является одной из составляющих климатической проблемы, которая остаётся на сегодняшний день в центре внимания, как научной, так и широкой общественности.

О серьёзном внимании, уделяемом изучению озона свидетельствует большое число национальных и международных программ в рамках Всемирной

метеорологической организации (ВМО) и Межправительственной группы экспертов по изменению климата (МГЭИК). Монреальский протокол, ограничивающий производство и использование фреонов (и полностью их запрещающие с 1996 г. дополнения к этому документу), был ратифицирован почти всеми государствами — производителями этих озоноразрушающих химикатов, в том числе и Монголией. Этому предшествовало осознание угрозы озонному щиту от роста выбросов в атмосферу продуктов сгорания двигателей транспортной авиации, а также и хлор- и бромсодержащих соединений. Соглашение было подписано вскоре после открытия в середине 80-х годов антарктической "дыры" — реального доказательства истощения озонового слоя.

В разделе 1.2 приводится описание используемой в настоящей работе модели газового состава атмосферы.

Описан универсальный блок решения задачи химической кинетики применительно к атмосфере, предназначенный для использования в моделях газового состава разной размерности, а также указаны параметризации и методы, используемые для учета трехмерного и двумерного переноса малых газов в атмосфере.

Математическая формулировка задачи моделирования фотохимических процессов в атмосфере базируется на системе уравнений неразрывности многокомпонентной среды при наличии химических реакций:

$$\frac{\partial X}{\partial t} + V \cdot \nabla X = R(X) \quad (1)$$

где  $X = X_1, X_2, \dots, X_N$  - вектор концентраций рассматриваемых примесей,  $N$  - число рассматриваемых примесей,  $V \cdot \nabla$  - линейный дифференциальный оператор, описывающий пространственный перенос примеси,  $R$  - скорость фотохимического изменения, которая определяется протекающими в атмосфере процессами фотодиссоциации, бимолекулярными и трехмолекулярными химическими реакциями, мономолекулярным распадом и гетерогенными процессами.

В семейства были сгруппированы только те малые газовые составляющие, для которых безусловно выполнялись определённые условия. Остальные



компоненты по соотношению их фотохимических времен жизни с постоянной времени переноса разбивались на долгоживущие и короткоживущие. Для долгоживущих совместно с введенными семействами рассматривались дифференциально-разностные уравнения. Их аппроксимация конечноразностными уравнениями осуществлялась А-устойчивым одношаговым методом:

$$\frac{X_{i,k}^{j+1} - X_{i,k}^j}{\tau} = 0.55f(t + \tau, X_{i,k}^{j+1}) + 0.45f(t, X_{i,k}^j) \quad (2)$$

Слагаемое, описывающее скорость фотохимического изменения, разбивается на продукцию (P) и разрушение (D):

$$R = P - D X \quad (3)$$

При этом для усиления диагонального преобладания слагаемое правой части (3), описывающее разрушение, берется на неявном временном слое, а выражающее продукцию - на явном итерационном слое.

Для короткоживущих малых газовых примесей А-устойчивый метод аппроксимации применяется к упрощенному уравнению

$$\frac{X^{j+1} - X^j}{\tau} = 0.55(P^j - D^j X^{j+1}) + 0.45f(t, X^j) \quad (4)$$

откуда получаем выражение для  $X^{j+1}$

$$X^{j+1} = \frac{X^j + \frac{1}{\tau}[0.55P^j + 0.45f(t, X^j)]}{\frac{1}{\tau} + D^j} \quad (5)$$

Поскольку P и D берутся с предыдущего итерационного слоя, то необходимо сделать несколько итераций для приближения к неявному слою.

Раздел 1.3 посвящён данным спутниковых наблюдений за содержанием озона в атмосфере.

Для проведения наиболее точных измерений общего содержания озона (ОСО) используется известное свойство озона – резкая зависимость коэффициента поглощения света от длины волны в УФ-области спектра. В простейшей схеме измеряется отношение интенсивностей достигающего поверхности Земли солнечного излучения на двух близко расположенных длинах волн в УФ-области спектра, причем длины волн выбирают такими, чтобы на более короткой длине волны (около 305 нм) излучение заметно поглощалось озоновым слоем, а на более длинной (около 315 нм) поглощение практически отсутствовало. Длины волн должны быть близко расположенными, чтобы уменьшить по возможности влияние ослабления солнечного излучения другими составляющими атмосферы (в первую очередь, аэрозолем). Еще лучше использовать отношение интенсивностей не для двух длин волн, а четырех. Эти четыре длины волн образуют две пары. Разница длин волн между парами велика, а внутри пар мала. Это позволяет относительно корректно исключить вклад аэрозольного ослабления. Наиболее точные измерения ОСО делают в безоблачные дни или, по крайней мере, когда в поле зрения прибора, наведенного на Солнце, нет облаков. Если же всё небо закрыто облаками, то возникают проблемы. Борьба разработчиков озонометрической аппаратуры с этими и другими трудностями привела к тому, что большинство современных озонометров, используемых в мировой сети и на борту космических аппаратов, представляет собой прецизионные спектрофотометры, использующие измерения на многих длинах волн (до двух десятков).

Космические наблюдения, связанные с изучением озонового слоя, проводились уже в первых полетах космонавтов; но неизмеримо больше информации предоставляют автоматические средства наблюдений с искусственных спутников Земли. Наблюдения из космоса позволяют достаточно точно по спектру отраженной и рассеянной радиации измерять ОСО на освещенной Солнцем территории и менее точно (по сравнению с озонозондами) — вертикальное распределение озона. Регулярные спутниковые измерения начались в конце 1970-х г.— именно тогда, когда стали проявляться наиболее значительные изменения озонового слоя. В настоящее время по ОСО имеются данные аппаратуры TOMS

(Total Ozone Mapping Spectrometer) с искусственных спутников Земли «Nimbus-7» за 1978—1993 гг., «Метеор-3» — за 1991—1994 гг. (хотя и с большими пропусками и нарушениями однородности погрешности измерений, обусловленными отличиями орбиты от солнечно-синхронной) и «Earth Probe» — с 1996 г. по настоящее время.

Все это позволяет осуществлять регулярный, оперативный и достаточно надежный мониторинг озонового слоя в глобальном масштабе и, в частности, строить глобальные карты ОСО. Считается, что в среднем по Земле абсолютная погрешность измерений ОСО с помощью аппаратуры TOMS (Total Ozone Mapping Spectrometer) на спутниках «Nimbus-7» и «Earth Probe» составляет около 3%, случайная — 2% и неопределенность, обусловленная дрейфом параметров аппаратуры, — 1,5% за 14 лет, а на спутнике «Метеор-3» — 3, 3 и 1% за 3 года соответственно. В полярных областях вследствие низких зенитных углов Солнца возможны и большие погрешности. Наземные измерения ОСО используются в основном для градуировки и контроля спутниковых, а также оценок долговременных изменений озонового слоя. Погрешности таких измерений с помощью спектрофотометров Добсона и Брюера оцениваются в 1—1,5%. С 2005 года по настоящее время TOMS-программу продолжает находящийся на орбите (ИСЗ Aura) более совершенный спектрометр OMI (Ozone Meter Instrument).

Всемирный банк данных по наблюдениям общего содержания озона TOMS охватывает всю поверхность Земли (от 90°с.ш. до 90°ю.ш. и от 180°з.д. до 180°в.д.). Данные представлены среднесуточными значениями ОСО для пространственной сетки с ячейкой широты долготы = 1°x 1,25° (для OMI /Aura 1°x1°). Многочисленные сравнения этих данных с результатами измерений наземными приборами показали, что информация носит доверительный характер и может быть использована для анализа. Объем информации, получаемый в результате обработки данных из ежедневно обновляемого Всемирного банка TOMS, постоянно увеличивается, поэтому на первый план выходят задачи ее оптимизации, структуризации и анализа.

Во **второй главе** описываются алгоритмы усвоения данных в гидродинамических моделях атмосферы.

Коррекция расчетов математической модели данными измерений представляет собой одну из наиболее актуальных и интересных задач в современном гидродинамическом моделировании атмосферных процессов. В мировой практике такие задачи получили название "задачи усвоения (ассимиляции)" и им посвящена обширная литература. Тем не менее, данная область исследования по-прежнему актуальна и сравнительно молода. Более того, в последние годы наблюдается заметный всплеск интереса к данным исследованиям. Связано это, в первую очередь, с развитием компьютерных сетей и систем, развитием суперкомпьютеров и значительным прогрессом в области численных методов. Также важно отметить появление больших массивов наблюдаемой информации о параметрах атмосферы при помощи систем спутниковых наблюдений и измерений, скоростных средств связи и т.д. Все это требует развития соответствующего математического аппарата, разработки надежных алгоритмов и их реализации.

В целом методы усвоения можно разделить на две большие группы. Одна группа методов основана на вариационных принципах (поиск минимума некоторого функционала, описывающего "близость" модельного решения и данных измерений в некоторой заданной метрике), и получившей название в литературе как "вариационный метод" решения задач усвоения. Этот метод сравнительно хорошо теоретически разработан и успешно применяется на практике, хотя он требует очень значительных технических средств (время счета, оперативной памяти и т.п.) для своей реализации. Кроме того, данный подход не всегда устойчив с точки зрения малых возмущений в данных измерений - малые погрешности могут привести с течением времени к значительным отклонениям построенного решения. Чтобы сделать решение устойчивым, приходится применять различные теоретические схемы (например, методы регуляризации), а это, в свою очередь, ведет к дополнительным техническим сложностям. Тем не менее, данный подход реализуем, его последняя версия 4D-var применяется, например, в модели метеорологической службы Франции (MeteoFrance).

Другим альтернативным подходом к решению задач усвоения является схема, основанная на статистической теории оценивания и фильтрации процессов на фоне "шума" с известными статистическими свойствами. Этот подход,

получивший название "фильтрации Калмана" значительно проще реализуем, и он устойчив к малым возмущениям наблюдаемых данных. Тем не менее, его корректное обоснование проведено в настоящий момент только для линейных моделей, в случае же сильной нелинейности модели приходится использовать дополнительные, во многом эвристические дополнения. Тем не менее, данная схема, получившая в литературе название "обобщенного фильтра Калмана" (Extended Kalman filtering) с успехом применяется в целом ряде институтов и метеоцентров (например, в Королевском институте метеорологии Нидерландов (KNMI) или метеорологическом бюро Австралии (BMA)).

Использование фильтра Калмана является предпочтительным для использования в задачах ассимиляции данных климатической моделью, т.к. одной из наиболее специфических его черт является последовательное обновление коэффициентов, что позволяет учитывать усвояемые данные для корректировки корреляционных матриц, тем самым уменьшая ошибку анализа. Однако для задач большой размерности, какими является, например, проблемы модельного исследования изменения состава атмосферы, практическая реализация фильтра Калмана затруднена из-за необходимости многократного обращения матриц большой размерности.

В третьей главе приводится описание предложенного автором метода оптимизации фильтра Калмана, позволяющая использовать его для практического решения задач большой размерности. Для этого автор предлагает использовать схему обобщенного фильтра Калмана с некоторыми отличиями от общепринятой.

Рассмотрим систему из двух уравнения определяющих, фильтр Калмана.

$$\text{уравнение измерений} \quad Y_t = \hat{X}_t C_t + v_t \quad (6)$$

$$\text{уравнение состояния} \quad \hat{X}_t = A \hat{X}_{t-1} + u_{t-1} \quad (7)$$

$Y_t$  - наблюдаемые данные,

$\hat{X}_t$  - вектор коэффициентов в момент времени  $t$ ,

$\hat{X}_t C_t$  - линейное уравнение множественной регрессии

$C_t$  - вектор предиктора в момент времени  $t$  (выходные данные модели; например, концентрация озона или других составляющих атмосферы, температура, компоненты скорости ветра, осадки и т.п.)

$v_t$  - та часть  $Y_t$ , которую мы не можем выразить при помощи линейного уравнения,

$A\hat{X}_{t-1}$  - линейный компонент

$u_{t-1}$  - шум

Уравнение (6) показывает соотношение между наблюдаемыми данными и результатами моделирования. В методе прогноза погоды наблюдаемые данные рассматриваются как объективные переменные (предиктант), а выходные данные модели как предиктор. Правая часть уравнения (6) состоит из двух частей: одна часть то, что мы можем описать линейным уравнением, а другая - компонент, который мы не можем аппроксимировать линейным уравнением.

В уравнении (6),  $v_t$  означает шум. Обычно трудно объяснить наблюдаемые данные только одним линейным уравнением. Есть шум из-за ошибок измерения и ошибки от неполноты уравнений наблюдений.  $v_t$  представляет эти виды ошибок и называется "ошибкой измерений". Фактически, мы не знаем насколько они большие. Будем считать  $v_t$  таким, что среднее значение  $v_t = 0$ , и вариация  $v_t = D_t$ . То есть  $v_t$  есть "белый шум", который некоррелирован ни с какими другими переменными. Есть некоторые преимущества в использовании при вычислениях "белого шума", так как ковариации «белого шума» с другими переменными равны нулю.

В уравнении (6) значок  $\hat{\phantom{x}}$  (крышка) означает "истинное значение", переменные с чертой сверху являются первой оценкой. Переменные без значков это вторая оценка переменной – то есть, то что является результатом фильтра Калмана.

Из уравнения (6) необходимо определить коэффициент  $\hat{X}_t$ . Он определяется последовательно.

Уравнение (7), как и уравнение (6), имеет и линейный и шумовой компонент. Коэффициент в момент времени  $t$ ,  $\hat{X}_t$ , определяется решением линейного уравнения  $A\hat{X}_{t-1}$ , с коэффициентом на предыдущем моменте времени  $t-1$ . Где  $A$  - матрица, которая связывает состояние в предыдущий момент времени  $t-1$  и в

текущий момент времени  $t$ . Поскольку в уравнении (7) присутствует  $\hat{X}_t$ , который нельзя описать только линейным уравнением  $A\hat{X}_{t-1}$ , то для определения  $\hat{X}_t$  модифицируется уравнение при помощи  $u_t$ . Выражение  $u_t$  называют “системной ошибкой”. Как и ошибка измерения  $v_t$ ,  $u_t$  является “белым шумом” с средним числом  $u_t = 0$  и дисперсией  $u_t = U_t$ .

Цель ассимиляции в оценке коэффициента  $\hat{X}_t$ . Конечно же невозможно знать истинный коэффициент  $X_t$ . Поэтому получаем вместо  $X_t$  его лучшую оценку  $\hat{X}_t$ . Фильтр Калман - один из методов, чтобы сделать это последовательно. Фильтр Калмана в численных методах прогноза предполагает, используя результаты наблюдений  $Y_t$  и выходные данные модели  $C_t$ , последовательно рассчитать (обновить) коэффициенты  $X_t$ .

Применённая в работе методика фильтрации Калмана состоит в следующем.

В момент времени  $t$  известен наиболее вероятный коэффициент  $X_{t-1}$  на предыдущем шаге по времени. Знать истинное значение  $\hat{X}_{t-1}$  невозможно, но коэффициент  $X_{t-1}$  должен быть лучшей оценкой в момент времени  $t-1$ . В момент времени  $t-1$ , уже получены предиктанты  $C_t$ , так как они – результаты численного прогноза модели. Потом, можно оценить  $\bar{X}_t$  и  $\bar{Y}_t$  как первую оценку в момент времени  $t$  (Конечно, мы не можем получить данные наблюдений  $Y_t$  точно в момент времени  $t$ ).

Неизвестно насколько большое значение имеет  $u_{t-1}$ , есть только статистическая информация о том, что средние значение  $u_t = 0$ . В практике гидродинамического прогноза обычно предполагают  $A=I$ , единичная матрица. Это означает, что коэффициенты не изменяются систематически со временем. Тогда можно переписать уравнение (7) как

$$\bar{X}_t = X_{t-1} \tag{8}$$

черта сверху (  $\bar{\quad}$  ) – означает “первую оценку”

Неизвестно  $\hat{X}_t$  в уравнении (6), но можно оценить  $\bar{X}_t$  при помощи уравнения (8). Используем  $\bar{X}_t$  вместо  $\hat{X}_t$  чтобы получить  $\bar{Y}_t$  (первая оценка  $Y_t$ ).

$$\bar{Y}_t = \bar{X}_t C_t + v_t$$

Нет никакой информации о  $v_t$  за исключением информации о среднем  $v_t = 0$ . Поэтому переписываем последнее уравнение как

$$\bar{Y}_t = \bar{X}_t C_t \quad (9)$$

Фактически,  $\bar{Y}_t$  становится прогнозом. Если невозможно получить данные наблюдений  $Y_t$ , то  $\bar{Y}_t$  является лучшей оценкой, которую можно сделать. После этого, когда получены данные наблюдений в момент времени  $t$ , можно оценить разницу между  $Y_t$  и  $\bar{Y}_t$ .

В системе фильтра Калмана в соответствии с разницей между наблюдением  $Y_t$  и первой оценкой  $\bar{Y}_t$ , можно исправить коэффициенты  $\bar{X}_t$ , так чтобы получить самый вероятный коэффициент  $X_t$ .

Выражение  $\bar{X}_t$  обновляется следующим уравнением – уравнением Калмана

$$X_t = \bar{X}_t + \delta_t (Y_t - \bar{Y}_t) \quad (10)$$

$X_t$  -наиболее вероятный коэффициент,

$\bar{X}_t$  -первая оценка коэффициента,

$(Y_t - \bar{Y}_t)$  - разницу между наблюдением и прогнозом

$\delta_t$  - характеризует, то насколько надо изменить  $\bar{X}_t$ , называется “приростом Калмана” и зависит от ошибки прогноза  $(Y_t - \bar{Y}_t)$ .

Если возможно получить  $\delta_t$ , согласно уравнениям (8), (9), (10), то  $X_t$  последовательно обновлен.



Теперь попытаемся найти  $\delta_t$ . Вообще, предикторов много, уравнение прогноза многомерное и решить определяющее уравнение слишком сложно, поэтому рассмотрим сначала одномерный случай.

Можно оценить  $X_t$  при помощи уравнения (10) и  $X_t$  - лучшая оценка, которую мы можем сделать для момента времени  $t$ . Но это будет иметь ошибку  $e_t$  по сравнению с истинным коэффициентом  $\hat{X}_t$ , вариация ошибки -  $Q_t$ .

Ошибку  $e_t$  можно выразить из следующего уравнения

$$\hat{X}_t \equiv X_t + e_t$$

$$e_t = \hat{X}_t - X_t = (1 - C_t \delta_t)(u_{t-1} - e_{t-1}) - \delta_t v_t \quad (11)$$

В этом случае вариация  $e_t$  ( $Q_t$ ), тогда определяется следующим образом

$$Q_t = \delta_t^2 \{C_t^2 (U_{t-1} + Q_{t-1}) + D_t\} - 2\delta_t C_t (U_{t-1} + Q_{t-1}) + (U_{t-1} + Q_{t-1}) \quad (12)$$

Уравнение (12) - двухмерное уравнение для  $\delta_t$ . Если минимизируем оценку ошибки, то надо минимизировать значение  $Q_t$  в уравнении (12). Удобно это сделать, используя метод наименьших квадратов. В результате имеем

$$\delta_t = \frac{C_t (U_{t-1} + Q_{t-1})}{C_t^2 (U_{t-1} + Q_{t-1}) + D_t} \quad (13)$$

$C_t$  - результаты моделирования,

$D_t, U_t$  - входные параметры.

В этом случае для оценки  $\delta_t$  требуется только  $Q_{t-1}$ . Но в момент времени  $t$   $Q_{t-1}$  вычислен. Тогда и  $\delta_t$  оценивается из уравнения (13) в момент времени  $t$ . Оценку  $Q_t$  получаем, подставляя уравнение (13) в уравнение (12).

$$Q_t = \frac{D_t (U_{t-1} + Q_{t-1})}{C_t^2 (U_{t-1} + Q_{t-1}) + D_t} \quad (14)$$

Далее надо определить ошибку в первой оценке коэффициента –  $\bar{e}_t$ .

$e_t$  был введён как,

$e_t = \hat{X}_t - X_t$ , - ошибка между истинным коэффициентом и наиболее вероятным коэффициентом в момент времени  $t$ ,

$\bar{e}_t = \hat{X}_t - \bar{X}_t$  - ошибка между истинным коэффициентом и первой оценкой.

$$\bar{e}_t = \hat{X}_t - \bar{X}_t = \hat{X}_{t-1} + u_{t-1} - X_{t-1} = u_{t-1} + e_{t-1}$$

Воспользуемся таким же определением, как  $Q_t$

$$\bar{Q}_t \equiv \text{Var}(\bar{e}_t) = \text{Var}(u_{t-1} + e_{t-1}) = U_{t-1} + Q_{t-1} \quad (15)$$

Тогда уравнения (13), (14) можно переписать в другой форме с использованием  $\bar{Q}_t$ .

$$\delta_t = \frac{C_t(U_{t-1} + Q_{t-1})}{C_t^2(U_{t-1} + Q_{t-1}) + D_t} = \frac{C_t \bar{Q}_t}{C_t^2 \bar{Q}_t + D_t} \quad (13a)$$

$$Q_t = \frac{D_t(U_{t-1} + Q_{t-1})}{C_t^2(U_{t-1} + Q_{t-1}) + D_t} = \frac{D_t \bar{Q}_t}{C_t^2 \bar{Q}_t + D_t} \quad (14a)$$

Теперь получены все уравнения, чтобы создать цикл фильтра Калмана. Суммируя все полученные уравнения для последовательного обновления коэффициентов, имеем

$$\bar{X}_t = X_{t-1}$$

$$\bar{Y}_t = \bar{X}_t C_t$$

$$\bar{Q}_t = U_{t-1} + Q_{t-1}$$

$$\delta_t = C_t \bar{Q}_t / (C_t^2 \bar{Q}_t + D_t)'$$

$$X_t = \bar{X}_t + \delta_t (Y_t - \bar{Y}_t)$$

$$Q_t = D_t \bar{Q}_t / (C_t^2 \bar{Q}_t + D_t)$$

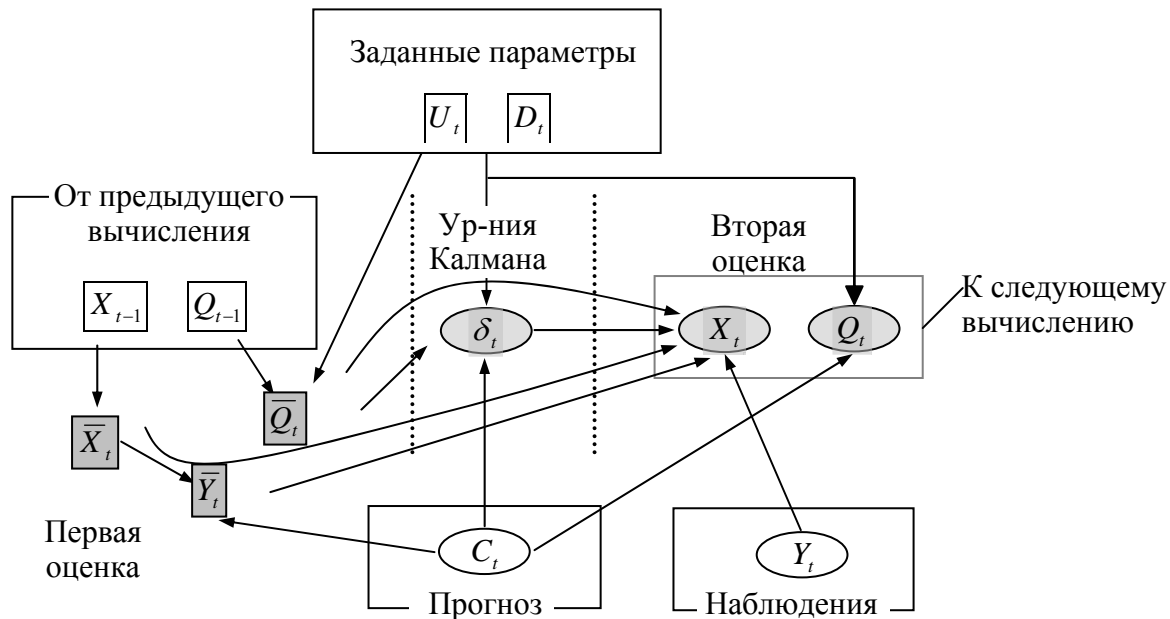


Рисунок 1. Последовательность реализации фильтра Калмана

Реализация фильтра Калмана схематически показана на рисунке 1.

В момент времени  $t+1$ , решается система уравнений (8, 9, 15, 13а, 10, 14а) с использованием  $X_t$  и  $Q_t$  вместо  $X_{t-1}$  и  $Q_{t-1}$ .  $X_{t-1}$  используется для вычисления первой оценки  $\bar{X}_t$  и  $\bar{Y}_t$ . И  $\bar{Q}_t$  оценивается через  $Q_{t-1}$  и параметр  $U_{t-1}$ . Прирост Калмана  $\delta_t$  определяется через  $\bar{Q}_t$ , параметр  $D_t$  и вывод модели  $C_t$ .

После того, как получены наблюдаемые данные  $Y_t$ , определяется лучший коэффициент  $X_t$ . Обновленные  $X_t$  и  $Q_t$  используются для следующих вычислений. Таким же образом эта система функционирует дальше.

Однако,  $X_0$  (начальное значение),  $Q_0$  (вариация ошибки начального коэффициента ошибка),  $D_t$  (вариация ошибки измерения) и  $U_t$  (вариация системной ошибки) должны быть определены пользователем.

**Четвертая глава** посвящена численной реализации разработанной методики, постановке численных экспериментов, анализу их результатов, оцениванию эффективности предлагаемой методики и рекомендациям по её применению.

В разделе 4.1 описана постановка эксперимента. В работе для получения улучшенного описания эволюции общего содержания озона в атмосфере в качестве основного проводился эксперимент по интегрированию модели с последовательной ассимиляцией данных. Чтобы оценить результаты основного численного эксперимента был проведён дополнительный эксперимент по интегрированию модели без ассимиляции.

Модель газового состава атмосферы, описанная во второй главе, интегрировалась для всего земного шара.

В основном эксперименте проводилось интегрирование модели с ассимиляцией данных для периода с января 1979г. по декабрь 1990 г. Ассимиляция данных проводилась по методике, описанной в третьей главе.

В экспериментах был использован банк данных о содержании озона NIWA, в котором результаты измерения общего содержания озона от серии 4 TOMS, 1 GOME и 4 инструментов SBUV объединены в однородную базу данных. База данных охватывает временной промежуток от ноября 1978 до декабря 2004. Ежедневные данные располагаются на регулярной долготно-широтной сетке точек с разрешением  $1.0^{\circ} \times 1.25^{\circ}$ . Перед использованием в эксперименте по ассимиляции данные об общем содержании озона в атмосфере интерполировались на сетку точек, используемую в модели, при помощи оптимальной интерполяции. Ошибка наблюдений была принята постоянной в течении всего эксперимента и равнялась 5%.

Дополнительный эксперимент по интегрированию модели без ассимиляции проводился для одного начального состояния за тот же временной интервал, что и основной.

Раздел 4.2 посвящён количественной оценке эффективности разработанной методики. Оценивалось качество прогноза общего содержания озона в атмосфере, полученных на основе совместного использования модели и данных наблюдений, относительно наблюдений. Было рассчитано среднеквадратическое отклонение,

полученных значений общего содержания озона в атмосфере от значений наблюдений.

После ассимиляции изменение значений общего содержания озона в атмосфере, выраженное в процентах относительно максимального составляет 2 – 5 %. При этом отклонение полученных значений общего содержания озона в атмосфере от наблюдений уменьшается.

Было оценено качество прогноза общего содержания озона в атмосфере, полученных на основе совместного использования модели и наблюдений, относительно модельных расчётов. Величина общего содержания озона в атмосфере в среднем отличаются на 10% относительно максимального значения, улучшение качества расчётов общего содержания озона в среднем улучшаются на 32%.

Таким образом, предложенная методика позволила получить улучшенное описание общего содержания озона в атмосфере.

Результаты, полученные в работе, позволяют сделать вывод о том, что разработанная методика имеет универсальный характер и может быть использована для ассимиляции других характеристик атмосферы в других гидродинамических моделях.

**В заключении сформулированы основные результаты и выводы диссертационного исследования:**

1. Проанализированы различные методы ассимиляции данных наблюдений гидродинамическими моделями атмосферы. Проведён сравнительный анализ вариационных методов и фильтрации Калмана. Сделан вывод об оптимальном использовании в климатическом гидродинамическом моделировании ассимиляции данных фильтром Калмана.

2. Разработана методика улучшения описания характеристик атмосферы при помощи метода совместного анализа модельных расчётов и данных спутниковых наблюдений. Методика состоит в ассимиляции спутниковых данных об общем содержании озона в атмосфере моделью газового состава атмосферы с использованием фильтра Калмана.

3. Проведены численные эксперименты по разработанной методике, подтвердившими её эффективность для улучшения качества расчётов содержания

озона в атмосфере и возможность её использования для других гидродинамических климатических моделей.

4. Показано, что процедура последовательного усвоения данных наблюдений улучшает модельные расчёты общего содержания озона в атмосфере.

5. Показано, что результаты применения ассимиляции в большой степени зависят от задания ошибок модельных расчетов и наблюдений

Делается вывод о том, что поставленные в работе задачи выполнены и цель работы достигнута.

### **Основные публикации автора по теме диссертации**

#### **Статьи в изданиях из списка ВАК**

1. Смышляев С.П., Галин В. Я., Шаарийбуу Г., Моцаков М. А. Моделирование изменчивости газовых и аэрозольных составляющих в стратосфере полярных районов Известия Российской академии наук [Текст]. Физика атмосферы и океана/ РАН. - М. :. - 2010г. Т. 46 № 3 С.291-306
2. Блакидная П.А., Смышляев С.П., Атласкин Е.М., Шаарийбуу Г. Модельное исследование влияния солнечной активности на газовый состав и тепловой режим атмосферы Учёные записки РГГМУ, 2010, № 12, С.25-37

